

## IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS APOIADAS EM VIGAS

**Vítor Litwinczik**

**Arcanjo Lenzi**

Lab. Vibrações e Acústica

Departamento de Eng. Mecânica – UFSC – Cx. Postal 476

88037-170 – Florianópolis – SC

E-mail: vitor@emc.ufsc.br

arcanjo@emc.ufsc.br

**Resumo.** Neste trabalho foi analisada a influência de vigas de reforço na eficiência de irradiação de placas planas vibrando por ondas de flexão apenas. Através do conhecimento da eficiência de irradiação de placas reforçadas é possível modelar sistemas com melhores resultados no que tange à irradiação sonora. Esse tipo de estrutura é comumente encontrada em plataformas offshore. A energia vibratória gerada pelas máquinas sobre a plataforma propaga-se estruturalmente irradiando energia sonora em várias regiões da plataforma inclusive em locais onde deve-se ter um controle maior dos níveis de ruído, tais como alojamentos e salas de controle. Em vista disso torna-se importante conhecer a eficiência de irradiação de placas reforçadas. A irradiação sonora de placas planas finitas depende da capacidade de cancelamento da potência sonora dos modos abaixo da frequência de coincidência, causada pela proximidade das fontes sonoras que compõem a placa e pelas deformações na forma das ondas de flexão sobre a placa. Neste trabalho foram analisadas placas lisas e descontínuas, a fim de se conhecer a influência das vigas na irradiação sonora. Para o cálculo da potência sonora buscou-se conhecer a pressão sonora através da Integral de Rayleigh, modificada para fonte cilíndrica, gerada por uma velocidade de superfície conhecida.

**Palavras-chaves:** Eficiência de irradiação sonora, Acústica estrutural, Controle de ruído.

### 1. INTRODUÇÃO

A eficiência de irradiação relaciona a potência sonora irradiada por uma superfície vibrante e sua vibração estrutural. O conhecimento preciso desse parâmetro é fundamental para o cálculo dos níveis de pressão sonora formados em cavidades, tais como alojamentos de plataformas offshore, cujos ambientes são delimitados por chapas reforçadas por vigas.

Existem poucas informações disponíveis na literatura sobre a eficiência de irradiação desse tipo de estrutura. Não se dispõe de uma metodologia de cálculo desse parâmetro devido à complexidade dos modos de vibração das placas proporcionada pelo efeito que as vigas de

reforço exercem. A rigidez destas vigas altera significativamente os modos de vibração e, conseqüentemente, a irradiação sonora.

A eficiência de irradiação de placas lisas de dimensões finitas para frequências menores que a de coincidência está diretamente relacionada aos cancelamentos das regiões de compressão e de rarefação formadas sobre a superfície da placa, causadas pelos deslocamentos transversais com distribuições que variam senoidalmente nas direções ortogonais (BERANEK 1971, HECKL 1973, FAHY 1985).

A presença de vigas de reforço causam perturbações nessas distribuições de deslocamentos da placa, proporcionando regiões de não cancelamento em torno dessas vigas, resultando em um aumento da irradiação sonora da placa nessas regiões, abaixo da frequência de coincidência. A magnitude da potência sonora irradiada por estas regiões depende dos efeitos de inércia e rigidez exercidas pelas vigas sobre as placas. Em estruturas offshore, as vigas de reforço possuem grande altura da alma e largura das abas em relação às suas espessuras, possibilitando o surgimento de modos próprios de vibração da alma e das abas, enquanto que os perfis comerciais tendem a possuir abas e almas relativamente mais rígidas.

Vários trabalhos foram publicados sobre os efeitos de vigas na propagação de ondas em placas (UNGAR 1960; HECKL 1960; FAHY 1985). As vibrações de placas finitas contendo vigas de reforço, considerando a complexidade estrutural adicionada pelas vigas, são melhor analisadas por métodos numéricos, como Elementos Finitos por exemplo, mas possuem a desvantagem de serem inviáveis em altas frequências devido ao grande esforço computacional que requerem neste faixa do espectro. Modelos analíticos de vibrações de placas reforçadas são possíveis desde que as vigas sejam modeladas como vigas Euler ou Timoshenko. BONIFÁCIO (1998) modelou um sistema de duas placas acopladas a uma viga pelo método da mobilidade (McCOLLUM e CUSCHIERI, 1990).

MAIDANIK (1962) publicou um importante trabalho sobre irradiação sonora de placas com vigas de reforço em um campo reverberante, no qual foram desenvolvidas as equações que regem o comportamento acústico de placas contendo somente ondas de flexão. Nesse trabalho são analisadas as várias situações de irradiação de uma placa, isto é, são analisadas as relações entre o comprimento de onda na placa e no ar e entre o número de onda sonoro e as dimensões da placa, e seus efeitos sobre a irradiação da placa. Posteriormente, foram desenvolvidas equações para a irradiação sonora de placas com vigas de reforço. Maidanik considerou que cada região delimitada por quatro vigas se comporta como uma placa lisa simplesmente apoiada nas bordas. Os resultados obtidos experimentalmente vieram a comprovar a teoria de que a inserção de vigas de reforço aumenta a eficiência de irradiação de placas planas.

LEPPINGTON *et al.* (1981) analisaram a eficiência de irradiação acústica de placas retangulares simplesmente apoiadas, circundadas por um *baffle* infinito, através de soluções assintóticas, em regiões de altas frequências. Os vários resultados apresentados concordam com os obtidos por MAIDANIK (1962).

BERRY *et al.* (1990) propuseram uma formulação geral para a irradiação sonora de placas retangulares circundadas por um *baffle* com condições de contorno arbitrárias. A velocidade de superfície da placa foi determinada utilizando o Princípio de Hamilton e o Método de Rayleigh-Ritz para uma solução aproximada.

O presente trabalho tem como objetivo analisar a irradiação sonora das regiões de descontinuidades de placas causadas por vigas de reforço de geometrias e dimensões diferentes. Os resultados são apresentados na forma de eficiência de irradiação.

## 2. IRRADIAÇÃO DE PLACAS VIBRANDO POR FLEXÃO EM UMA DIREÇÃO

Em problemas de acústica estrutural geralmente deseja-se conhecer não somente a potência sonora irradiada, mas também a relação entre esta e a vibração estrutural. Essa relação é usualmente descrita em termos da eficiência de irradiação,  $\sigma_{rad}$ , e definida por

$$\sigma_{rad} = \frac{W_{rad}}{\rho c S \langle v^2 \rangle} \quad (1)$$

sendo  $W_{rad}$ , a potência sonora irradiada pela superfície;  $S$ , a área da superfície;  $\rho$ , a densidade do meio;  $c$ , a velocidade do som no meio e  $\langle v^2 \rangle$  a velocidade média quadrática espaço-temporal. A eficiência de irradiação indica a relação entre a potência irradiada por uma estrutura e aquela que é irradiada por um pistão rígido de mesma área, em um *baffle*, vibrando com mesma amplitude.

Inicialmente será tratado o caso de uma placa vibrando em flexão somente em uma direção; desta forma considera-se a placa composta por fontes cilíndricas tendo velocidade de superfície dada por  $v_r = v_0 e^{j\omega t}$ . Essa fonte sonora, visualizada como um cilindro pulsante, é considerada como tendo uniforme ao longo do seu eixo axial  $z$  (HECKL, 1987). Assim, necessita-se determinar a solução da equação da onda em coordenadas cilíndricas. Se o meio ao redor da fonte não possuir outras fontes sonoras, o potencial de velocidade deve satisfazer a equação da onda em coordenadas cilíndricas e obedecer à condição de contorno de que a componente radial da velocidade de partícula do meio seja igual a velocidade de superfície da fonte, em  $r = a$ .

A equação da onda em coordenadas cilíndricas, para o potencial de velocidade  $\phi(r, \theta, z, t)$ , e assumindo movimento harmônico, é dada por

$$\nabla^2 \psi(r, \theta, z) + k^2 \psi(r, \theta, z) = 0 \quad (2)$$

sendo  $\nabla^2$  o laplaciano em coordenadas cilíndricas,  $\phi(r, \theta, z, t) = \psi(r, \theta, z) e^{j\omega t}$  e o número de onda é dado por  $k = \omega/c$ . Através do método de separação de variáveis, pode-se escrever  $\psi(r, \theta, z)$  na forma de  $F_1(r)F_2(\theta)F_3(z)$ . Dessa forma obtém-se três equações diferenciais ordinárias que são resolvidas através da aplicação de condições de contorno pertinentes.

Para o caso de existirem somente ondas cilíndricas divergentes, a solução da equação da onda, em função do potencial de velocidades e em coordenadas cilíndricas, fica

$$\phi(r, \theta, t) = A \cos(m\theta) H_m^{(2)}(kr) e^{j\omega t} \quad (3)$$

sendo  $H_m^{(2)}$  a função de Hankel de segundo tipo e ordem  $m$ .

Assumindo um cilindro pulsante,  $m = 0$  (TEMKIN, 1981; FEIT, 1993), utilizando a relação  $u_r(r, t) = \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial r}$  e a condição de contorno  $u_r(a, t) = u_0 e^{j\omega t}$ , pode-se obter os valores de pressão e de velocidade de partícula, sabendo-se que  $p = -j\omega\rho\phi(r)$ , para variações harmônicas no tempo, conforme estão sendo consideradas,

$$p(r,t) = ju_0 \rho c \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_1^{(2)}(ka)} e^{j\omega t} \quad (4)$$

$$u_r(r,t) = u_0 \frac{H_1^{(2)}(kr)}{H_1^{(2)}(ka)} e^{j\omega t} \quad (5)$$

Considerando a fonte pontual, isto é, que possua pequeno raio ( $a$ ), tal que  $ka \ll 1$ , pode-se usar resultados de aproximações assintóticas para as expressões das funções de Hankel,

$$H_1^{(2)}(ka) = j \frac{2}{\pi ka} \quad (6)$$

e, substituindo na equação da pressão (Eq. 4), obtêm-se

$$p(r) = u_0 \frac{\pi \omega a \rho}{2} H_0^{(2)}(kr) \quad (7)$$

Essa equação pode, ainda, ser expressa em função da velocidade de volume da fonte, por unidade de comprimento,  $q_0 = u_0 2\pi r$ ,

$$p(r) = \frac{q_0 \omega \rho}{4} H_0^{(2)}(kr) \quad (8)$$

De posse dessa equação, torna-se possível determinar a pressão sonora de placas planas vibrando por ondas de flexão apenas, através do princípio da superposição dos efeitos.

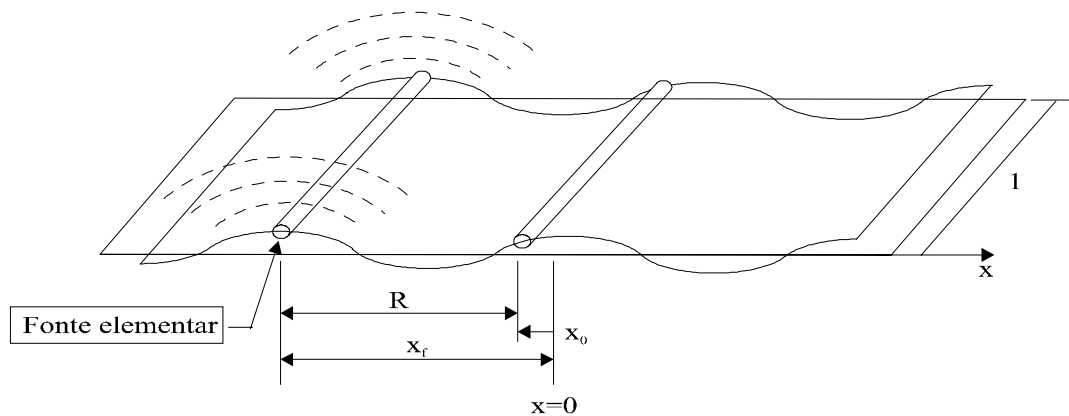


Figura 1 - Placa plana com ondas em uma direção de propagação.

Por tratar-se de uma fonte cilíndrica com movimento vibratório uniforme ao longo de seu eixo axial, a modelagem de placas com esse tipo de fonte faz com que, ao considerar o movimento vibratório da placa contendo apenas ondas de flexão, essas ondas se propaguem somente em uma direção já que a fonte cilíndrica possui o mesmo comportamento ao longo de seu eixo axial (Fig. 1). De outra forma, o uso de fontes esféricas permite modelar uma placa vibrante contendo modos distribuídos no plano da mesma.

Assumindo-se que a placa possui somente ondas de flexão em uma direção, o campo

acústico poderá ser modelado em apenas duas dimensões. A equação de placa, então, se reduz à equação de uma viga. Supondo que a placa possui pequena espessura, ela pode ser modelada como sendo uma viga do tipo Euler-Bernoulli (LITWINCZIK, 1998), cuja equação diferencial, no domínio da frequência é dada por

$$\frac{\partial^4 w(x, f)}{\partial x^4} - \bar{k}_b^2 w(x, f) = 0 \quad (9)$$

sendo  $w$  a deflexão da placa.

## 2.1. Integral de Rayleigh

Superfícies vibrantes complexas podem ser consideradas como sendo formadas por um conjunto de fontes elementares. Assim sendo, pode-se considerar uma placa plana como sendo formada por uma distribuição de fontes elementares, não importando a complexidade de vibração da placa. Para o caso de várias fontes distribuídas de maneira discreta, o campo sonoro resulta da superposição dos efeitos de cada uma das fontes elementares que compõem a placa. Se a distribuição de fontes for contínua, o somatório dessas fontes dá lugar a uma integral [Heckl, 1960; Junger, Feit, 1993]

$$p(x, y) = \frac{j\omega\rho}{2\pi} \int_A u(x, y) \frac{e^{-jkR}}{R} dA \quad (10)$$

em que  $u(x, y)$  é a velocidade de superfície e  $R$ , a distância entre o ponto de observação e a fonte no plano. Essa equação, conhecida como Integral de Rayleigh, fornece a pressão sonora de uma placa plana irradiando em meio espaço, isto é, somente em um dos lados da placa composta de fontes pontuais. Alterando o tipo de fonte, pode-se chegar a uma solução análoga à Integral de Rayleigh mas com outras características inerentes à geometria da fonte.

Considerando a fonte cilíndrica num plano, ela deverá possuir a metade da velocidade de volume para gerar a mesma pressão sonora em meio espaço. Por isso,

$$p(R) = \frac{q_0\omega\rho}{2} H_0^{(2)}(kR). \quad (11)$$

Se a distribuição dessas fontes for discreta, a pressão sonora será dada pelo somatório das pressões geradas em cada uma das fontes individualmente. Se a distribuição de fontes for contínua, o somatório se converte numa integral de área. No caso de fontes cilíndricas, essa integral de área pode ser considerada como uma integral de linha já que, ao longo de cada cilindro elementar, o comportamento da fonte é o mesmo

$$p(R) = \int_L \frac{q_0\omega\rho}{2} H_0^{(2)}(kR) dx = \frac{\omega\rho}{2} \int_L u(x) H_0^{(2)}(kR) dx \quad (12)$$

Conhecendo-se a velocidade de superfície  $u(x)$  e obtendo-se a pressão sonora através da Eq 12, pode-se determinar a intensidade sonora gerada por uma placa contendo fontes distribuídas, através da expressão

$$I = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{p.u^*\} \quad (13)$$

Onde o símbolo  $*$  denota complexo conjugado e  $\operatorname{Re}$  a parte real. A integração ao longo da área da placa, da intensidade calculada rente a placa, resulta na potência irradiada. A eficiência de irradiação é calculada pela Eq. 1.

### 3. IRRADIAÇÃO SONORA DE PLACAS PLANAS LISAS

Inicialmente será apresentada uma comparação entre os casos mais simples de uma placa plana simplesmente apoiada e engastada, como na Fig. 2, a fim de mostrar a maior eficiência de irradiação gerada por uma placa engastada. Considerou-se uma placa de aço, com comprimento,  $L_x$  de 3m e espessura,  $h$  de 0,005m gerando uma frequência de coincidência  $f_c = 2460$  Hz.

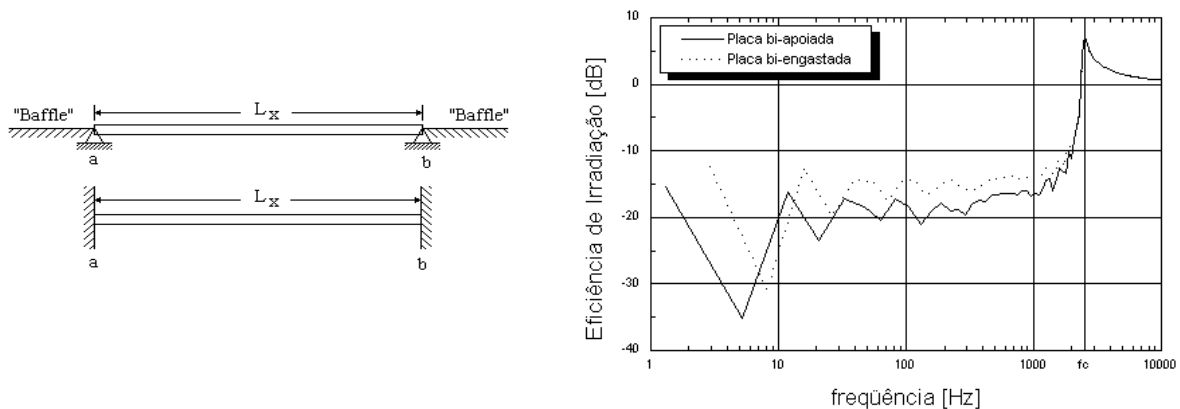


Figura 2 – Comparação entre  $\sigma_{rad}$  de placas bi-apoiada e bi-engastada.

Na Fig. 2 observam-se variações de  $\sigma_{rad}$  calculadas para cada frequência de ressonância, indicando os modos bons irradiadores e os ineficientes. Os valores médios de  $\sigma_{rad}$  para os dois tipos de apoios, nas baixas frequências, variam 3 dB aproximadamente, como esperado. Essa diferença deve-se a uma maior área não cancelada no caso da placa engastada, onde fica evidente a influência do tipo de modo na irradiação sonora. Sabe-se que se a dimensão da placa for menor que um comprimento de onda sonoro ( $kL_x < 1$ ), as regiões não canceladas nas extremidades, a qual possuem comportamento de monopolo, interagem entre si. A radiação sonora terá característica de monopolo se as extremidades da placa estiverem em fase e dipolo se fora de fase. Percebe-se que os modos ímpares, cujas respostas nas extremidades estão em fase, possuem uma eficiência de irradiação maior que os modos pares, para os quais as respostas estão fora de fase, fazendo com que a placa se comporte como um dipolo.

#### 3.1. Irradiação sonora de placas planas unidimensionais com descontinuidades

Uma descontinuidade em uma placa induz o aparecimento de distorções na forma da onda de flexão, aumentando a sua eficiência de irradiação, como pode ser observado na Fig. 3 (LITWINCZIK, 1998).

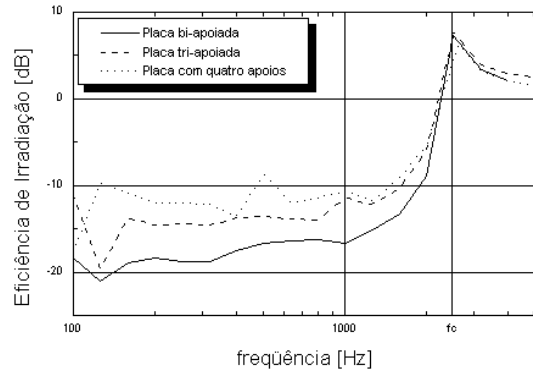
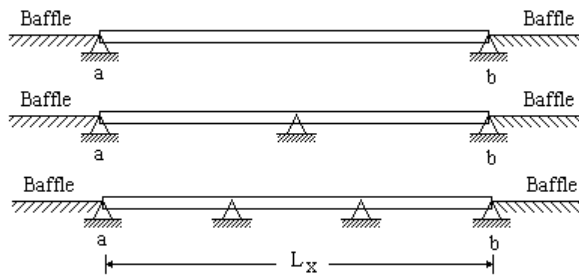


Figura 3 – Comparação entre  $\sigma_{rad}$  de placas com apoios. Valores em 1/3 de oitava.

A alteração do tipo de descontinuidade, substituindo apoios por vigas T invertidas, não altera de forma significativa o comportamento observado no caso anterior, mesmo oferecendo menor restrição ao movimento da onda de flexão. As vigas utilizadas foram dispostas como na Fig. 4, com  $L_x = 3m$ , e a viga tendo 0,20m de altura, 0,10m de base e espessura da alma ou aba de 0,01m.

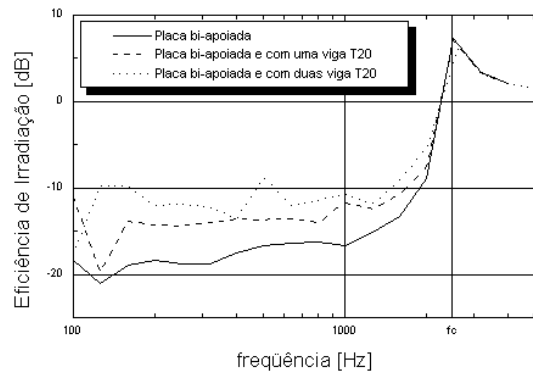
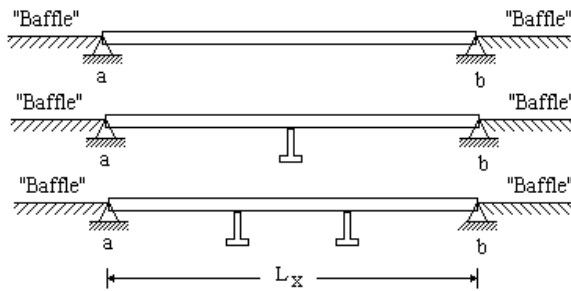


Figura 4 – Comparação entre  $\sigma_{rad}$  de placas com vigas de apoio. Valores em 1/3 de oitava.

Comparando os dois tipos de descontinuidades (Fig. 5), apoio simples e viga T invertida de 20 cm de altura, pode-se afirmar que as vigas exercem efeitos semelhantes aos de apoios simples, já que a deflexão da placa com a viga não é suficiente para gerar cancelamentos.

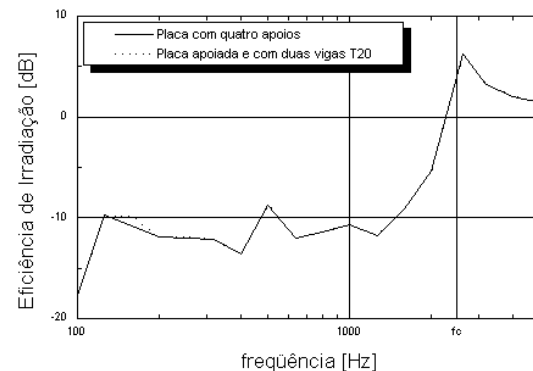
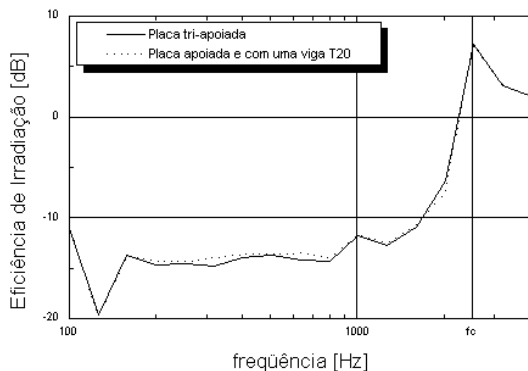


Figura 5 – Comparação entre os dois tipos de descontinuidades utilizadas

### 3.2. Irradiação sonora de placas planas finitas bidimensionais com descontinuidade

Baseado na Integral de Rayleigh, foi desenvolvida uma rotina de cálculo para a obtenção da eficiência de irradiação de placas planas bidimensionais. A fim de verificar os resultados obtidos, primeiramente comparou-se a eficiência de irradiação de uma placa plana simplesmente apoiada nas quatro bordas (Fig. 6), obtida através do programa desenvolvido, com uma simplificação sugerida por BERANEK (1971) que mostra o comportamento de  $\sigma_{rad}$  através de relações que envolvem as frequências de vibração da placa e de coincidência, dimensões da placa, área e perímetro. A placa utilizada possui as seguintes características:  $L_x = 1,1\text{m}$ ;  $L_y = 1,0\text{m}$ ;  $h = 0,008\text{m}$ ;  $E = 21 \times 10^{10} \text{ Pa}$  e  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ . A Fig. 6 mostra a concordância dos resultados sugerindo a validade dos dados obtidos (LITWINCZIK, 1998).

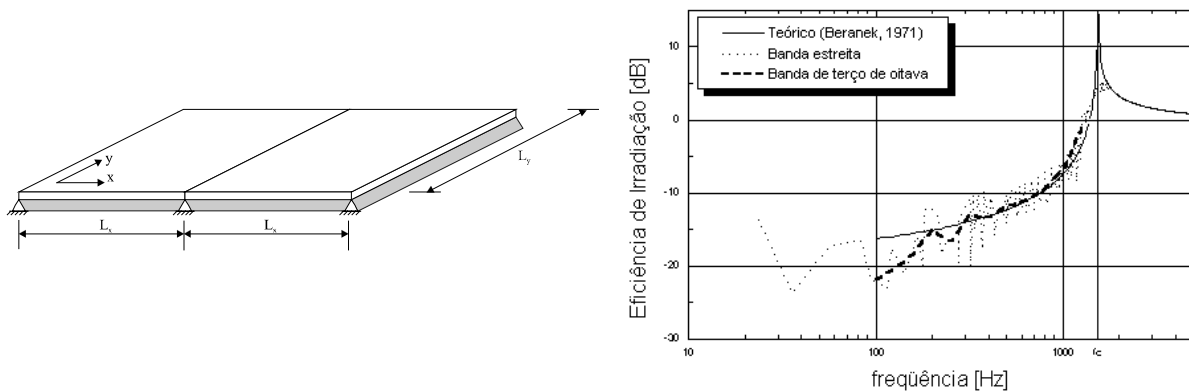


Figura 6 – Comparação entre a eficiência de irradiação calculada, em frequências discretas, em bandas de terço de oitava e a simplificação proposta por Beranek.

Na figura acima fica evidente a presença dos modos bons irradiadores e ineficientes. Este comportamento é devido, ao tipo de modo da placa que causa uma maior ou menor área de cancelamento sobre a placa. A seguir são apresentados alguns resultados de eficiência de irradiação de placas planas lisas e descontínuas, simplesmente apoiada nas bordas (ss-ss) e com vigas de reforço modeladas como vigas Timoshenko ou com elementos de placa. Neste caso leva-se em conta os modos próprios da viga e suas contribuições na deformação da placa.

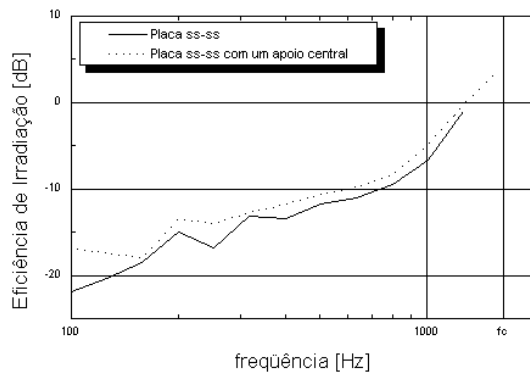


Figura 7 – Comparação entre  $\sigma_{rad}$  em 1/3 de oitava de uma placa ss-ss e uma placa ss-ss com um apoio central.

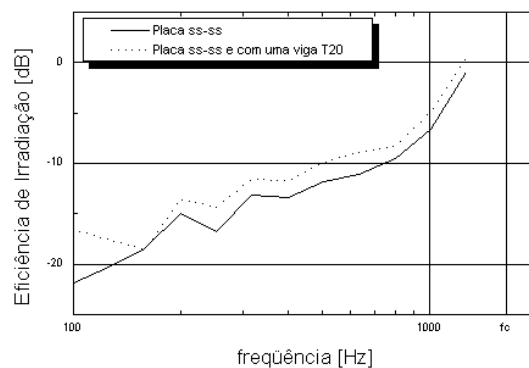


Figura 8 - Comparação entre  $\sigma_{rad}$  em 1/3 de oitava de uma placa ss-ss e uma placa ss-ss com uma viga de reforço modelada com elemento de viga.



A Fig. 7 mostra o efeito de um apoio simples quando adicionado a uma placa simplesmente apoiada nas bordas. Observa-se o aumento na eficiência de irradiação. A Fig. 8 mostra um efeito semelhante sendo, entretanto, o apoio central substituído por uma viga T invertida modelada como viga Timoshenko. Os apoios das bordas são apoios simples. A eficiência de irradiação é maior em relação aos resultados da Fig. 7, sendo esse aumento atribuído à maior rigidez proporcionada pela viga à placa, causando maiores regiões de não-cancelamento.

A Fig. 9 mostra uma comparação entre os efeitos causados pelas formas diferentes de modelo da viga. Notam-se algumas pequenas diferenças. Entretanto, quando todas as bordas são apoiadas em vigas, sendo estas modeladas por Elementos Finitos, incluindo a viga do apoio central, as diferenças entre os valores de  $\sigma_{rad}$  comparadas aquelas de uma placa simplesmente apoiada são bastante significativos.

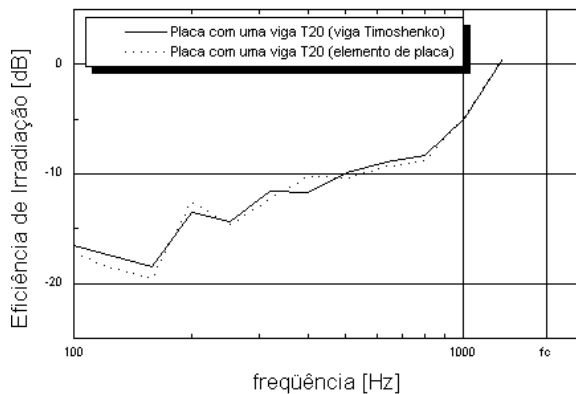


Figura 9 – Comparação entre  $\sigma_{rad}$  em 1/3 de oitava, obtidos para modelos diferentes da viga de reforço.

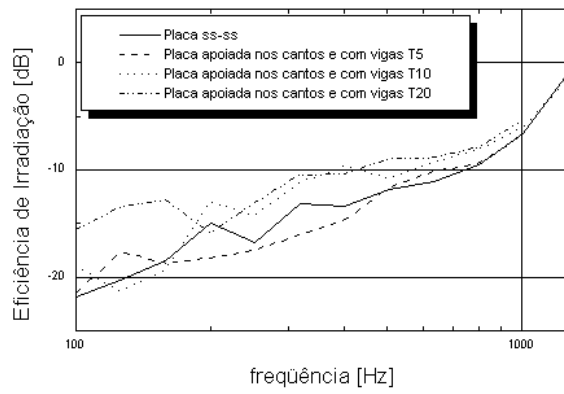


Figura 10 - Comparação entre  $\sigma_{rad}$  em 1/3 de oitava, obtidas para uma placa ss-ss e para placas apoiadas nos cantos e com vigas de reforço nas bordas, considerando os modos das vigas.

#### 4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos neste trabalho mostram que a inclusão de descontinuidades provoca um aumento da eficiência de irradiação da placa como era esperado. Para o caso de placa com ondas propagando apenas em uma direção, a variação do tipo de descontinuidade, viga ou apoio, não causa variação na eficiência de irradiação (Fig. 5). Isso ocorre devido a pequena deflexão da placa nos pontos onde se encontram as vigas, sendo insuficientes para causar cancelamentos da intensidade sonora.

Para placa com ondas se propagando nas duas direções, a inclusão de uma viga de reforço de grandes dimensões possui um comportamento semelhante a um apoio simples (Fig. 7 e 8) mas diminuindo as dimensões da viga, o conjunto tende a se comportar como uma placa simplesmente apoiada (Fig. 10) o que não ocorre para o caso unidimensional. Nota-se também que a existência dos modos próprios da viga não afeta substancialmente a eficiência de irradiação do sistema (Fig. 9).

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BERANEK, L. L.; 1971, *Noise and Vibration Control*, Institute of Noise Control Engineering, Washington, DC.
- BONIFÁCIO, P. R.; 1998, Análise do Fluxo de Energia Vibratória entre Placas Retangulares Simplesmente Apoiadas pelo Método da Mobilidade, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- CREMER L.; HECKL M.; UNGAR, E. E.; 1987, *Structure-Borne Sound*, Springer-Verlag, Berlin.
- FAHY, F.; 1985, *Sound and Structural Vibrations*, Academic Press, Southampton England.
- HECKL, M.; 1960 *Wave propagation on beam-plate systems*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 33 (5), p. 640 - 651.
- JUNGER, M. C.; FEIT, D.; 1993 *Sound, Structures, and Their Interaction*, Acoustical Society of America, USA.
- LEPPINGTON, F. G.; BROADBENT, E. G.; HERON, K. H.; 1982 *The acoustic radiation efficiency of rectangular panels*, Proceedings of the Royal Society of London, vol. A 382, p. 245 - 271.
- LITWINCZIK, V.; 1998, Irradiação Sonora de Placas Planas com Vigas, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- MAIDANIK, G.; 1962 *Response of Ribbed Panels to Reverberant Acoustic Fields*, The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 34 (6), p. 809 - 826.
- McCOLLUM, M. D.; CUSCHIERI, J. M.; 1990 *Thick plate bending wave transmission using a mobility power flow approach*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 88 (3), p.1472 - 1479.
- TEMKIN, S.; 1981 *Elements of Acoustics*, John Wiley & Sons, Inc, New York.
- UNGAR, E. E.; 1960 *Transmission of plate flexural waves through reinforced beams; Dynamic stress concentrations*, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 33 (5), p. 663 - 639.

## SOUND RADIATION FROM BEAM REINFORCED PLATES

**Abstract.** This work deals with the effects of reinforcing beams on the radiation efficiency of plates. Reinforced plates are usually found in offshore structures where structure-borne noise plays a major role on the noise generated at the accommodation area, particularly below about 1 kHz. Noise level predictions require accurate estimates of the radiation efficiency of such structures. Results for plates undergoing flexural waves in one and in two directions are presented. Beams were modeled as Timoshenko beams and by Finite Elements in order to take into account resonances in the webs, which resulted in significant differences.

**Key-words:** Irradiation efficiency, Structural acoustic, Noise control.